

CHƯƠNG 2. TÍCH VÔ HƯỚNG CỦA HAI VECTƠ VÀ ỨNG DỤNG

A KHUNG MA TRẬN

| CHỦ ĐỀ<br>CHUẨN KTKN                                   | CẤP ĐỘ TƯ DUY  |                                    |                                      |                  | Cộng       |
|--------------------------------------------------------|----------------|------------------------------------|--------------------------------------|------------------|------------|
|                                                        | Nhận biết      | Thông hiểu                         | Vận dụng                             | Vận dụng cao     |            |
| ① Giá trị lượng giác của một góc bất kì từ 0° đến 180° | Câu 1          | Câu 2<br>Câu 3                     | Câu 4<br>Câu 5                       |                  | 5<br>25%   |
| ② Tích vô hướng của hai véc-tơ                         | Câu 6<br>Câu 7 | Câu 8<br>Câu 9<br>Câu 10<br>Câu 11 | Câu 12<br>Câu 13<br>Câu 14<br>Câu 15 | Câu 16<br>Câu 17 | 12<br>60%  |
| ③ Các hệ thức lượng trong tam giác và giải tam giác    | Câu 18         | Câu 19                             | Câu 20                               |                  | 12<br>45%  |
| Cộng                                                   | 4<br>20%       | 7<br>35%                           | 7<br>35%                             | 2<br>10%         | 20<br>100% |

B BẢNG MÔ TẢ CHI TIẾT NỘI DUNG CÂU HỎI

| CHỦ ĐỀ                                                                | CÂU | MỨC ĐỘ | MÔ TẢ                                                 |
|-----------------------------------------------------------------------|-----|--------|-------------------------------------------------------|
| <i>Chủ đề 1. Giá trị lượng giác của một góc bất kì từ 0° đến 180°</i> | 1   | NB     | Tính giá trị lượng giác của một góc khi biết một GTLG |
|                                                                       | 2   | TH     | Chứng minh đẳng thức lượng giác                       |
|                                                                       | 3   | TH     | Tính giá trị biểu thức lượng giác                     |
|                                                                       | 4   | VDT    | Rút gọn biểu thức lượng giác                          |
|                                                                       | 5   | VDT    | Các hệ thức liên quan đến tam giác                    |
| <i>Chủ đề 2. Giá trị lượng giác của một cung</i>                      | 6   | NB     | Xác định góc giữa hai vectơ bằng định nghĩa           |
|                                                                       | 7   | NB     | Tính tích vô hướng của hai vectơ theo định nghĩa      |
|                                                                       | 8   | TH     | Tính góc giữa hai véc-tơ                              |
|                                                                       | 9   | TH     | Dùng tích vô hướng để chứng minh vuông góc            |
|                                                                       | 10  | TH     | Tính độ dài vectơ khi biết tọa độ véc-tơ              |
|                                                                       | 11  | TH     | Tìm tọa độ trung điểm, trọng tâm                      |
|                                                                       | 12  | VDT    | Các dạng toán liên quan đến thẳng hàng, cùng phương   |

|                                       |    |     |                                                                |
|---------------------------------------|----|-----|----------------------------------------------------------------|
|                                       | 13 | VDT | Chứng minh hệ thức liên quan đến tích vô hướng                 |
|                                       | 14 | VDT | Biểu thức tọa độ tích vô hướng                                 |
|                                       | 15 | VDT | Tìm tọa độ điểm thỏa hệ thức khác                              |
|                                       | 16 | VDT | Tìm tọa độ trục tâm, chân đường cao, tâm đường tròn ngoại tiếp |
|                                       | 17 | VDC | Tìm tọa độ tâm đường tròn nội tiếp                             |
| <b>Chủ đề 3. Công thức lượng giác</b> | 18 | NB  | Hệ thức lượng trong tam giác vuông, tỉ số lượng giác           |
|                                       | 19 | TH  | Sử dụng các HTL để chứng minh                                  |
|                                       | 20 | TH  | Tính các yếu tố trong tam giác, giải tam giác                  |

## C ĐỀ KIỂM TRA

### ĐỀ SỐ 1

**Câu 1.** Cho  $\alpha$  là góc tù. Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau?

(A)  $\sin \alpha < 0$ .

(B)  $\cos \alpha > 0$ .

(C)  $\cot \alpha > 0$ .

(D)  $\tan \alpha < 0$ .

**Lời giải.**

Do  $\alpha > 90^\circ$  nên  $\tan \alpha < 0$ .

Chọn đáp án (D)

**Câu 2.** Trong các hệ thức sau hệ thức nào đúng?

(A)  $\sin^2 \alpha + \cos \alpha^2 = 1$ .

(B)  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \frac{\alpha}{2} = 1$ .

(C)  $\sin \alpha^2 + \cos \alpha^2 = 1$ .

(D)  $\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha = 1$ .

**Lời giải.**

Công thức cơ bản  $\sin^2 2\alpha + \cos^2 2\alpha = 1$ .

Chọn đáp án (D)

**Câu 3.** Cho biết  $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ . Tính giá trị của biểu thức  $E = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha}$ ?

(A)  $-\frac{19}{13}$ .

(B)  $\frac{19}{13}$ .

(C)  $\frac{25}{13}$ .

(D)  $-\frac{25}{13}$ .

**Lời giải.**

$$E = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha} = \frac{1 + 3 \tan^2 \alpha}{2 + \tan^2 \alpha} = \frac{3(\tan^2 \alpha + 1) - 2}{1 + (1 + \tan^2 \alpha)} = \frac{\frac{3}{\cos^2 \alpha} - 2}{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1} = \frac{3 - 2 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} = \frac{19}{13}.$$

Chọn đáp án (B)

**Câu 4.** Biểu thức  $\tan^2 x \cdot \sin^2 x - \tan^2 x + \sin^2 x$  có giá trị bằng

(A)  $-1$ .

(B)  $0$ .

(C)  $2$ .

(D)  $1$ .

**Lời giải.**

$$\tan^2 x \cdot \sin^2 x - \tan^2 x + \sin^2 x = \tan^2 x (\sin^2 x - 1) + \sin^2 x = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} (-\cos^2 x) + \sin^2 x = 0$$

Chọn đáp án (B)

**Câu 5.** Cho tam giác  $ABC$  với  $\widehat{A} = 60^\circ$ . Tính tổng  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA})$ .

(A)  $360^\circ$ .

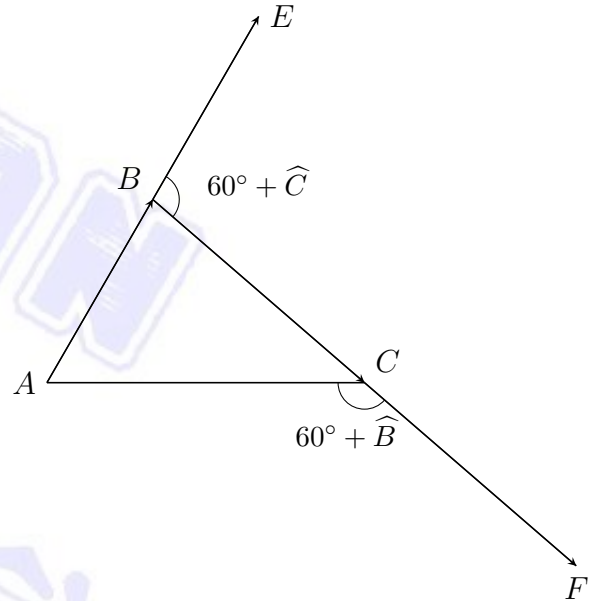
(B)  $240^\circ$ .

(C)  $270^\circ$ .

(D)  $120^\circ$ .

**Lời giải.**

Dựng  $(\overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{BE})$  và  $(\overrightarrow{BC} = (\overrightarrow{CF})$  Ta có  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CA}) = (\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{CF}, \overrightarrow{CA}) = \widehat{CBE} + \widehat{ACF} = (60^\circ + \widehat{C}) + (60^\circ + \widehat{B}) = 240^\circ$ .



Chọn đáp án (B) ☐

**Câu 6.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  và góc  $\widehat{ABC} = 30^\circ$ . Xác định góc giữa hai véc-tơ  $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})$ .

(A)  $120^\circ$ .

(B)  $-30^\circ$ .

(C)  $60^\circ$ .

(D)  $30^\circ$ .

**Lời giải.**

Góc giữa hai véc-tơ  $(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}) = \widehat{ACB} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ .

Chọn đáp án (C) ☐

**Câu 7.** Cho hình vuông  $ABCD$  cạnh  $a$ . Tính tích vô hướng của hai vectơ  $\overrightarrow{AB}$  và  $\overrightarrow{AC}$ .

(A)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2a$ .

(B)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a\sqrt{2}$ .

(C)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2$ .

(D)  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2a^2$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = a \cdot a\sqrt{2} \cos 45^\circ = a^2$ .

Chọn đáp án (C) ☐

**Câu 8.** Cho  $\vec{a} = (1; 2)$ ,  $\vec{b} = (-2; -1)$ . Giá trị của  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  là

(A) 4.

(B)  $(-3; 3)$ .

(C)  $(-1, 1)$ .

(D) -4.

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$ .

Do đó ta có  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot (-2) + 2 \cdot (-1) = -4$ .

Chọn đáp án (D) ☐

**Câu 9.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(-1; 2)$ ,  $B\left(\frac{9}{2}; 3\right)$ . Tìm tọa độ điểm  $C$  trên trục  $Ox$  sao cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$  và  $C$  có tọa độ nguyên.

(A)  $(-3; 0)$ .

(B)  $(3; 0)$ .

(C)  $(0; -3)$ .

(D)  $(0; 3)$ .

**Lời giải.**

Gọi  $C(c; 0)$  là điểm thuộc  $Ox$ . Để tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$  thì

$$\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow (c+1) \left(c - \frac{9}{2}\right) + (-2)(-3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 3 \\ c = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Vì  $C$  có tọa độ nguyên nên suy ra  $C(3; 0)$ .

Chọn đáp án **(B)** □

**Câu 10.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho các điểm  $A(-4; 2)$ ,  $B(2; 4)$ . Tính độ dài  $AB$ .

**(A)**  $AB = 40$ .

**(B)**  $AB = 2$ .

**(C)**  $AB = 4$ .

**(D)**  $AB = 2\sqrt{10}$ .

**Lời giải.**

$\overrightarrow{AB} = (6; 2) \Rightarrow AB = 2\sqrt{10}$ .

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 11.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho điểm  $A(-1; -1)$ ,  $B(4; 1)$ . Tìm tọa độ trọng tâm  $G$  của tam giác  $OAB$ .

**(A)**  $G(1; 0)$ .

**(B)**  $G\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ .

**(C)**  $G\left(\frac{5}{2}; -1\right)$ .

**(D)**  $G\left(\frac{5}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $x_G = \frac{x_O + x_A + x_B}{3} = 1$  và  $y_G = \frac{y_O + y_A + y_B}{3} = 0$ . Vậy  $G(1; 0)$

Chọn đáp án **(A)** □

**Câu 12.** Trong mặt phẳng  $Oxy$  cho hai điểm  $A(2; 1)$ ,  $B(-1; 2)$ . Xác định tọa độ điểm  $C$  thuộc  $Ox$  sao cho  $A, B, C$  thẳng hàng.

**(A)**  $(0; 5)$ .

**(B)**  $(0; -1)$ .

**(C)**  $(5; 0)$ .

**(D)**  $(-1; 0)$ .

**Lời giải.**

Gọi  $C(a; 0) \in Ox$  (với  $a \in \mathbb{R}$ ).

Ta có  $\overrightarrow{AB} = (-3; 1)$ ;  $\overrightarrow{AC} = (a - 2; -1)$ .

Để ba điểm  $A, B, C$  thẳng hàng khi và chỉ khi  $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$  cùng phương  $\Rightarrow a - 2 = 3$  hay  $a = 5$ .  
Vậy  $C(5; 0)$ .

Chọn đáp án **(C)** □

**Câu 13.** Cho hai vectơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ . Đẳng thức nào sau đây sai?

**(A)**  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} \left( |\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2 \right)$ .

**(B)**  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{4} \left( |\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2 \right)$ .

**(C)**  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} \left( |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2 \right)$ .

**(D)**  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} \left( |\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 \right)$ .

**Lời giải.**

Để thấy  $\frac{1}{2} \left( |\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2 \right) = 2\vec{a} \cdot \vec{b}$  nên  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \frac{1}{2} \left( |\vec{a} + \vec{b}|^2 - |\vec{a} - \vec{b}|^2 \right)$  sai.

Chọn đáp án **(A)** □

**Câu 14.** Trong hệ trục tọa độ  $Oxy$ , cho  $\vec{u} = (2; 5)$  và  $\vec{v} = (-3; 1)$ . Tìm số thực  $m$  để  $\vec{a} = m\vec{u} + \vec{v}$  tạo với  $\vec{b} = (1; 1)$  một góc  $45^\circ$ .

**(A)**  $m = -1$ .

**(B)**  $m = 2$ .

**(C)**  $m = -\frac{1}{5}$ .

**(D)**  $m = \frac{3}{2}$ .

**Lời giải.**

Vec-tơ  $\vec{a} = (2m - 3; 5m + 1)$ ;  $\vec{b} = (1; 1)$ .

$$\begin{aligned} \cos(\vec{a}, \vec{b}) &= \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \Leftrightarrow \frac{(2m - 3) \cdot 1 + (5m + 1) \cdot 1}{\sqrt{(2m - 3)^2 + (5m + 1)^2} \cdot \sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \Leftrightarrow \frac{7m - 2}{\sqrt{29m^2 - 2m + 10}} &= 1 \\ \Leftrightarrow \sqrt{29m^2 - 2m + 10} &= 7m - 2 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 7m - 2 \geq 0 \\ 29m^2 - 2m + 10 = 49m^2 - 28m + 4 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq \frac{2}{7} \\ 20m^2 - 26m - 6 = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow m = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 15.** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ  $Oxy$ , cho hình bình hành  $ABCD$  có  $A(1; -2)$ ,  $B(-5; 3)$  và  $G\left(\frac{2}{3}; 1\right)$  là trọng tâm tam giác  $ABC$ . Tìm tọa độ đỉnh  $D$ .

**(A)**  $D(10; -4)$ .

**(B)**  $D(12; -3)$ .

**(C)**  $D(10; -3)$ .

**(D)**  $D(3; -10)$ .

**Lời giải.**

Gọi  $D(x; y)$ . Khi đó  $\vec{BD} = (x + 5; y - 3)$  và  $\vec{BG} = \left(\frac{17}{3}; -2\right)$ .

$$\text{Ta có } \vec{BD} = 3\vec{BG} \Rightarrow \begin{cases} x + 5 = 17 \\ y - 3 = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 12 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow D(12; -3).$$

Chọn đáp án **(B)** □

**Câu 16.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  với  $A(4; 3)$ ,  $B(-5; 6)$  và  $C(-4; -1)$ . Tìm tọa độ trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$ .

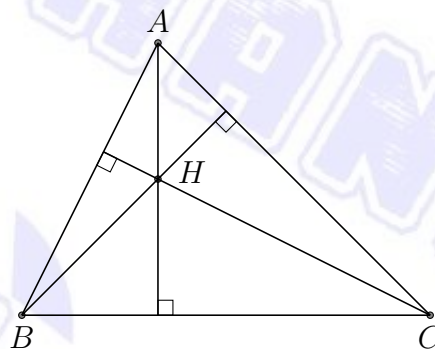
**(A)**  $H(3; -2)$ .

**(B)**  $H(-3; -2)$ .

**(C)**  $H(-3; 2)$ .

**(D)**  $H(3; 2)$ .

**Lời giải.**



Gọi  $H(x; y)$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ .

Ta có:

$$\vec{AH} = (x - 4; y - 3); \vec{BC} = (1; -7).$$

$$\vec{BH} = (x + 5; y - 6); \vec{AC} = (-8; -4).$$

Vì  $H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$  nên:

$$\begin{cases} \vec{AH} \perp \vec{BC} \\ \vec{BH} \perp \vec{AC} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{AH} \cdot \vec{BC} = 0 \\ \vec{BH} \cdot \vec{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 - 7(y - 3) = 0 \\ -8(x + 5) - 4(y - 6) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 7y = -17 \\ 2x + y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = 2. \end{cases}$$

Vậy  $H(-3; 2)$ .

Chọn đáp án **C**

□

**Câu 17.** Trong mặt phẳng  $(Oxy)$  cho tam giác  $ABC$  với  $A(-2; 3)$ ,  $B\left(\frac{1}{4}; 0\right)$ ,  $C(2; 0)$ . Tìm tâm  $J$  của đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ .

**A**  $J\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .

**B**  $J\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .

**C**  $J\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ .

**D**  $J\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{AB} = \left(\frac{9}{4}; -3\right)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (4; -3) \Rightarrow AB = \frac{15}{4}$  và  $AC = 5$ .

Gọi  $AD$  là phân giác trong của góc  $A$  với  $D$  thuộc  $BC$ . Gọi tọa độ của điểm  $D(x; y)$ .

$$\overrightarrow{DC} = (2 - x; -y); \overrightarrow{DB} = \left(\frac{1}{4} - x; -y\right).$$

Mặt khác

$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \overrightarrow{DB} = -\frac{AB}{AC} \cdot \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{DB} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{4} - x = -\frac{3}{4}(2 - x) \\ -y = \frac{-3}{4}(-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0. \end{cases}$$

Vậy  $D(1; 0)$ .

Gọi  $BJ$  là đường phân giác trong góc  $B$  với  $J$  thuộc  $AD$ . Gọi tọa độ của điểm  $J$  là  $J(x; y)$ .

$$\overrightarrow{BA} = \left(-\frac{9}{4}; 3\right) \Rightarrow AB = \frac{15}{4}.$$

$$\overrightarrow{BD} = \left(\frac{3}{4}; 0\right) \Rightarrow BD = \frac{3}{4}.$$

Theo tính chất đường phân giác góc  $B$  ta có

$$\frac{JA}{JD} = \frac{BA}{BD} \Rightarrow \overrightarrow{JA} = -5\overrightarrow{JD} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 - x = -5(1 - x) \\ 3 - y = -5(-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Vậy tâm đường tròn nội tiếp của tam giác  $ABC$  là  $J\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .

Chọn đáp án **A**

□

**Câu 18.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AB = 2\text{cm}$ ,  $AC = 4\text{cm}$ . Độ dài đường cao  $AH$  là

**A**  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

**B**  $\sqrt{5}$ .

**C**  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ .

**D**  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } AH = \frac{AB \cdot AC}{\sqrt{AB^2 + AC^2}} = \frac{2 \cdot 4}{\sqrt{2^2 + 4^2}} = \frac{4\sqrt{5}}{5}.$$

Chọn đáp án **D**

□

**Câu 19.** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = a$ ,  $CA = b$ ,  $AB = c$ . Biểu thức  $a^2 + b^2 - c^2$  bằng

**A**  $-2ab \cos C$ .

**B**  $2bc \cos A$ .

**C**  $2ab \cos C$ .

**D**  $-2bc \cos A$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } a^2 + b^2 - c^2 = a^2 + b^2 - (a^2 + b^2 - 2ab \cos C) = 2ab \cos C.$$

Chọn đáp án **C**

□

**Câu 20.** Cho tam giác  $ABC$  có diện tích bằng 12. Nếu tăng độ dài cạnh  $AB$  lên ba lần, đồng thời giảm độ dài cạnh  $AC$  còn một nửa và giữ nguyên độ lớn của góc  $A$  thì được một tam giác mới có diện tích  $S$  bằng bao nhiêu?

(A)  $S = 16$ .

(B)  $S = 8$ .

(C)  $S = 60$ .

(D)  $S = 18$ .

**Lời giải.**

Diện tích tam giác  $ABC$  là  $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} \Rightarrow AB \cdot AC \cdot \sin \widehat{BAC} = 24$ .

Diện tích tam giác  $ABC$  sau khi thay đổi độ dài các cạnh là

$$S = \frac{1}{2} \cdot 3AB \cdot \frac{AC}{2} \cdot \sin \widehat{BAC} = \frac{3}{4} \cdot 24 = 18.$$

Chọn đáp án (D) □

**BẢNG ĐÁP ÁN**

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. D  | 2. D  | 3. B  | 4. B  | 5. B  | 6. C  | 7. C  | 8. D  | 9. B  | 10. D |
| 11. A | 12. C | 13. A | 14. D | 15. B | 16. C | 17. A | 18. D | 19. C | 20. D |

**ĐỀ SỐ 2**

**Câu 1.** Cho góc nhọn  $\alpha$  có  $\sin \alpha = \frac{1}{2}$ . Giá trị của  $\cos \alpha$  là

(A)  $\frac{1}{2}$ .

(B)  $-\frac{1}{2}$ .

(C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

(D)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ .

Do  $\alpha$  là góc nhọn, suy ra  $\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Chọn đáp án (C) □

**Câu 2.** Khẳng định nào sau đây là đúng?

(A)  $\sin^4 x - \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$ .

(B)  $\sin^4 x - \cos^4 x = 1 - 2 \cos^2 x$ .

(C)  $\sin^4 x - \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x$ .

(D)  $\sin^4 x - \cos^4 x = 2 \cos^2 x - 1$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\sin^4 x - \cos^4 x = (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) = 1 - 2 \cos^2 x$ .

Chọn đáp án (B) □

**Câu 3.** Cho  $\sin x = \frac{3}{5}$ ,  $90^\circ < x < 180^\circ$ . Giá trị của biểu thức  $P = \tan x \cdot \cos^2 x$  bằng

(A)  $\frac{12}{25}$ .

(B)  $\frac{25}{12}$ .

(C)  $-\frac{25}{12}$ .

(D)  $-\frac{12}{25}$ .

**Lời giải.**

$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{4}{5}$ .

Do  $90^\circ < x < 180^\circ \Rightarrow \cos x < 0$ . Vậy  $\cos x = -\frac{4}{5}$ .

$P = \tan x \cdot \cos^2 x = \frac{\sin x}{\cos x} \cdot \cos^2 x = \sin x \cdot \cos x = \frac{3}{5} \cdot \left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{12}{25}$ .

Chọn đáp án (D) □

**Câu 4.** Rút gọn biểu thức  $P = \frac{\tan \alpha - 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$  được kết quả là

(A)  $P = 1 - 2 \sin^2 \alpha$ .

(B)  $P = 1 - 4 \sin^2 \alpha$ .

(C)  $P = 1 - 2 \cos^2 \alpha$ .

(D)  $P = 1 - 4 \cos^2 \alpha$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } P = \frac{\tan \alpha - 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha} = \frac{\tan \alpha - \frac{3}{\tan \alpha}}{\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha}} = \frac{\tan^2 \alpha - 3}{\tan^2 \alpha + 1} = 1 - \frac{4}{\tan^2 \alpha + 1} = 1 - 4 \cos^2 \alpha.$$

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 5.** Cho tam giác  $ABC$ . Đẳng thức nào **sai**?

**(A)**  $\cos \frac{B+C}{2} = \sin \frac{A}{2}.$

**(B)**  $\sin(A+B-2C) = \sin 3C.$

**(C)**  $\sin(A+B) = \sin C.$

**(D)**  $\cos \frac{A+B+2C}{2} = \sin \frac{C}{2}.$

**Lời giải.**

- $\cos \frac{B+C}{2} = \cos \frac{180^\circ - A}{2} = \cos \left(90^\circ - \frac{A}{2}\right) = \sin \frac{A}{2}$ , nên “ $\cos \frac{B+C}{2} = \sin \frac{A}{2}$ ” đúng.
- $\sin(A+B-2C) = \sin(180^\circ - 3C) = \sin 3C$  nên “ $\sin(A+B-2C) = \sin 3C$ ” đúng.
- $\sin(A+B) = \sin(180^\circ - C) = \sin C$  nên “ $\sin(A+B) = \sin C$ ” đúng.
- “ $\cos \frac{A+B+2C}{2} = \sin \frac{C}{2}$ ” sai.

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 6.** Cho tam giác  $ABC$ . Góc giữa hai véc-tơ  $\overrightarrow{CA}$  và  $\overrightarrow{CB}$  là

**(A)**  $\widehat{ABC}.$

**(B)**  $\widehat{CAB}.$

**(C)**  $\widehat{ACB}.$

**(D)**  $\widehat{ABC}.$

**Lời giải.**

Theo định nghĩa góc giữa hai véc-tơ, ta có  $(\overrightarrow{CA}; \overrightarrow{CB}) = \widehat{ACB}.$

Chọn đáp án **(C)** □

**Câu 7.** Cho tam giác  $ABC$  đều có cạnh bằng  $a$ . Khi đó tích vô hướng  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  bằng

**(A)**  $-\frac{a^2}{2}.$

**(B)**  $\frac{3a^2}{2}.$

**(C)**  $\frac{5a^2}{2}.$

**(D)**  $\frac{a^2}{2}.$

**Lời giải.**

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}.$$

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 8.** Cho hai véc-tơ  $\vec{a} = (4; 3)$ ,  $\vec{b} = (-1; -7)$ . Tính góc giữa hai véc-tơ đó.

**(A)**  $135^\circ.$

**(B)**  $45^\circ.$

**(C)**  $30^\circ.$

**(D)**  $60^\circ.$

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4 \cdot (-1) + 3 \cdot (-7) = -25.$

$|\vec{a}| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5.$

$|\vec{b}| = \sqrt{(-1)^2 + (-7)^2} = 5\sqrt{2}.$

$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-25}{5 \cdot 5\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$  Suy ra  $(\vec{a}, \vec{b}) = 135^\circ.$

Chọn đáp án **(A)** □

**Câu 9.** Cho  $\vec{a} = (1; -2)$ . Với giá trị nào của  $y$  thì  $\vec{b} = (-3; y)$  vuông góc với  $\vec{a}$ ?

**(A)**  $-6.$

**(B)**  $6.$

**(C)**  $-\frac{3}{2}.$

**(D)**  $3.$

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot (-3) + (-2) \cdot y = 0 \Leftrightarrow -3 - 2y = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{3}{2}$ .

Chọn đáp án **(C)** □

**Câu 10.** Trong hệ tọa độ  $Oxy$ , cho véc-tơ  $\vec{a} = (3; -4)$ . Đẳng thức nào sau đây đúng?

- (A)**  $|\vec{a}| = 5$ . **(B)**  $|\vec{a}| = 3$ . **(C)**  $|\vec{a}| = 4$ . **(D)**  $|\vec{a}| = 7$ .

**Lời giải.**

Ta có  $|\vec{a}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$ .

Chọn đáp án **(A)** □

**Câu 11.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , cho tam giác  $MNP$  có  $M(1; -1)$ ,  $N(5; -3)$  và  $P$  là điểm thuộc trục  $Oy$ , trọng tâm  $G$  của tam giác  $MNP$  nằm trên trục  $Ox$ . Tọa độ điểm  $P$  là

- (A)**  $(2; 4)$ . **(B)**  $(0; 4)$ . **(C)**  $(0; 2)$ . **(D)**  $(2; 0)$ .

**Lời giải.**

$P \in Oy \Rightarrow P(0; y)$ .

$G \in Ox \Rightarrow G(x; 0)$ .

Điểm  $G$  là trọng tâm của tam giác  $MNP \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 + 5 + 0}{3} \\ 0 = \frac{(-1) + (-3) + y}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 4. \end{cases}$

Chọn đáp án **(A)** □

**Câu 12.** Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho  $A(2; 3)$ ,  $B(-2; 1)$ . Điểm  $C$  thuộc trục  $Ox$  sao cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$  có tọa độ là

- (A)**  $C(3; 0)$ . **(B)**  $C(-3; 0)$ . **(C)**  $C(-1; 0)$ . **(D)**  $C(2; 0)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $C \in Ox \Rightarrow C(x; 0)$ . Khi đó  $\vec{AC} = (x - 2; -3)$ ;  $\vec{BC} = (x + 2; -1)$ .

Tam giác  $ABC$  vuông tại  $C \Rightarrow \vec{AC} \perp \vec{BC} \Leftrightarrow \vec{AC} \cdot \vec{BC} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ .

Vậy  $C(-1; 0)$  hoặc  $C(1; 0)$ .

Chọn đáp án **(C)** □

**Câu 13.** Cho hai véc-tơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  thỏa mãn  $|\vec{a}| = 4$ ;  $|\vec{b}| = 3$ ;  $|\vec{a} - \vec{b}| = 4$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai véc-tơ  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ . Chọn phát biểu **đúng**.

- (A)**  $\alpha = 60^\circ$ . **(B)**  $\alpha = 30^\circ$ . **(C)**  $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ . **(D)**  $\cos \alpha = \frac{3}{8}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $|\vec{a} - \vec{b}| = 4 \Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 16 \Rightarrow 2\vec{a} \cdot \vec{b} = (\vec{a})^2 + (\vec{b})^2 - 16 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 16 = 9$ .

Khi đó  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{9}{4 \cdot 3} = \frac{3}{4}$ .

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 14.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai véc-tơ  $\vec{u} = (4; 1)$  và  $\vec{v} = (1; 4)$ . Tìm  $m$  để véc-tơ  $\vec{a} = m \cdot \vec{u} + \vec{v}$  tạo với véc-tơ  $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j}$  một góc  $45^\circ$ .

- (A)**  $m = 4$ . **(B)**  $m = -\frac{1}{2}$ . **(C)**  $m = -\frac{1}{4}$ . **(D)**  $m = \frac{1}{2}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{a} = (4m + 1; m + 4)$ ;  $\vec{b} = (1; 1)$  và  $(\vec{a}; \vec{b}) = 45^\circ$ .

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{4m+1+m+4}{\sqrt{(4m+1)^2+(m+4)^2} \cdot \sqrt{1^2+1^2}} &= \cos 45^\circ \\ \Leftrightarrow \frac{5m+5}{\sqrt{17m^2+16m+17} \cdot \sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \Leftrightarrow \sqrt{17m^2+16m+17} &= 5m+5 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 5m+5 \geq 0 \\ 8m^2+34m+8=0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow m &= -\frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Chọn đáp án **(C)** □

**Câu 15.** Cho hình chữ nhật  $ABCD$  biết  $AB = 2AD$  và điểm  $K$  thuộc cạnh  $AB$  thỏa mãn  $\overrightarrow{BK} = x\overrightarrow{BA}$ . Tìm  $x$  để  $CK$  vuông góc với  $BD$ .

**(A)**  $x = \frac{1}{2}$ .

**(B)**  $x = \frac{1}{3}$ .

**(C)**  $x = -\frac{1}{2}$ .

**(D)**  $x = \frac{1}{4}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BK} = -\overrightarrow{AD} + x\overrightarrow{BA}$  và  $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}$ .

Để  $CK$  vuông góc với  $BD$ , ta có

$$\begin{aligned} \overrightarrow{CK} \cdot \overrightarrow{BD} &= 0 \\ \Leftrightarrow (-\overrightarrow{AD} + x\overrightarrow{BA}) (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}) &= 0 \\ \Leftrightarrow xAB^2 - AD^2 &= 0 \quad (\text{vì } AB \perp AD \Rightarrow \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AD} = 0) \\ \Leftrightarrow 4xAD^2 - AD^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Vậy  $x = \frac{1}{4}$ .

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 16.** Cho tam giác  $ABC$  có  $A(-1; 3)$ ,  $B(-2; 0)$ ,  $C(5; 1)$ . Trực tâm  $H$  của tam giác  $ABC$  có tọa độ là

**(A)**  $(3; -1)$ .

**(B)**  $(-1; 3)$ .

**(C)**  $(1; -3)$ .

**(D)**  $(-1; -3)$ .

**Lời giải.**

Gọi  $H(x; y)$ .

Ta có:  $\overrightarrow{AH} = (x+1; y-3)$ ,  $\overrightarrow{BC} = (7; 1)$ ,  $\overrightarrow{BH} = (x+2; y)$ ,  $\overrightarrow{AC} = (6; -2)$ .

$H$  là trực tâm của tam giác  $ABC$  nên ta có:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7(x+1) + 1(y-3) = 0 \\ 6(x+2) - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x + y = -4 \\ 6x - 2y = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow H(-1; 3).$$

Chọn đáp án **(B)** □

**Câu 17.** Cho ba điểm  $A(-2; 3)$ ,  $B\left(\frac{1}{4}; 0\right)$ ,  $C(2; 0)$ . Tìm tọa độ tâm đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ .

**(A)**  $\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .

**(B)**  $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ .

**(C)**  $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ .

**(D)**  $\left(\frac{1}{12}; 1\right)$ .

**Lời giải.**

$$AB = \frac{15}{4}, AC = 5, k = -\frac{AB}{AC} = -\frac{3}{4}$$

Gọi  $D$  là giao điểm của phân giác trong góc  $\hat{A}$  và  $BC \Rightarrow \overrightarrow{DB} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{DC}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{4} - x = -\frac{3}{4}(2 - x) \\ -y = -\frac{3}{4}(0 - y) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow D(1; 0).$$

$$BA = \frac{15}{4}, BD = \frac{3}{4} \Rightarrow k' = -5$$

Gọi  $J$  là giao điểm của phân giác trong góc  $B$  và  $AD$ .

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{JA} = -5\overrightarrow{JD} \Rightarrow \begin{cases} -2 - x = -5(1 - x) \\ 3 - y = -5(0 - y) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow J\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right).$$

Chọn đáp án **(A)** □

**Câu 18.** Tính giá trị biểu thức  $P = \sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ$ .

**(A)**  $P = 1$ .

**(B)**  $P = 0$ .

**(C)**  $P = \sqrt{3}$ .

**(D)**  $P = -\sqrt{3}$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } P = \sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 1.$$

Chọn đáp án **(A)** □

**Câu 19.** Cho  $\triangle ABC$  có độ dài ba cạnh lần lượt là 2, 3, 4. Góc nhỏ nhất của  $\triangle ABC$  có sin bằng bao nhiêu?

**(A)**  $\frac{\sqrt{15}}{8}$ .

**(B)**  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ .

**(C)**  $-\frac{1}{2}$ .

**(D)**  $\frac{\sqrt{3}}{4}$ .

**Lời giải.**

Không mất tính tổng quát, giả sử tam giác  $\triangle ABC$  có  $a = 2$ ,  $b = 3$ ,  $c = 4$ .

Khi đó, góc nhỏ nhất của  $\triangle ABC$  là  $\widehat{BAC}$ .

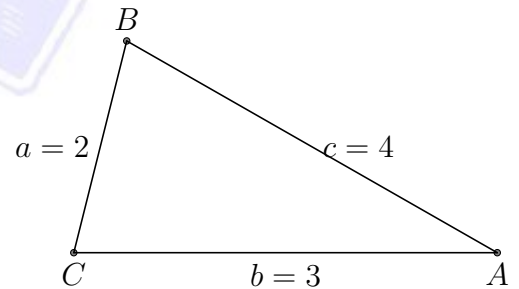
Ta có

$$\cos \widehat{BAC} = \frac{3^2 + 4^2 - 2^2}{2 \cdot 3 \cdot 4} = \frac{7}{8}.$$

Mặt khác

$$\sin \widehat{BAC} = \sqrt{1 - \cos^2 \widehat{BAC}} = \sqrt{1 - \left(\frac{7}{8}\right)^2} = \frac{\sqrt{15}}{8}.$$

Chọn đáp án **(A)** □



**Câu 20.**

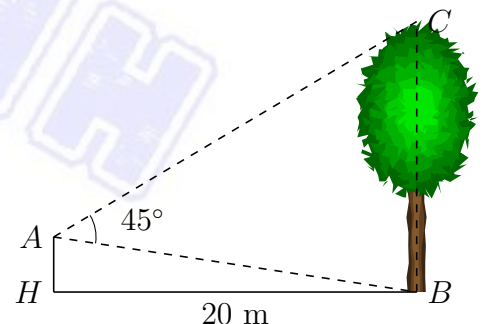
Từ vị trí  $A$  người ta quan sát một cây cao biết  $AH = 4$  m,  $HB = 20$  m,  $\widehat{BAC} = 45^\circ$ . Chiều cao của cây gần với kết quả nào nhất?

**(A)** 17,3 m.

**(B)** 16,7 m.

**(C)** 24 m.

**(D)** 15,2 m.



**Lời giải.**

Xét  $\triangle AHB$  ta có:

$$AB = \sqrt{AH^2 + HB^2} = 4\sqrt{26};$$

$$\cos \widehat{ABH} = \frac{HB}{AB} = \frac{20}{4\sqrt{26}} = \frac{5}{\sqrt{26}} \Rightarrow \widehat{ABH} \approx 11^\circ 18'.$$

$$\text{Suy ra } \widehat{ABC} = 90^\circ - 11^\circ 18' = 78^\circ 42'$$

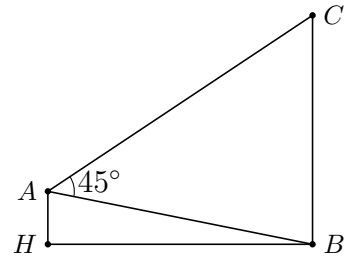
$$\Rightarrow \widehat{ACB} = 180^\circ - (45^\circ + 78^\circ 42') = 56^\circ 18'$$

Áp dụng Định lý sin trong  $\triangle ABC$ , ta có

$$\frac{BC}{\sin \widehat{BAC}} = \frac{AB}{\sin \widehat{ACB}} \Leftrightarrow BC = \frac{\sin \widehat{BAC}}{\sin \widehat{ACB}} \cdot AB \approx 17,3.$$

Vậy chiều cao của cây gần bằng 17,3 m.

Chọn đáp án **(A)**



### BẢNG ĐÁP ÁN

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. C  | 2. B  | 3. D  | 4. D  | 5. D  | 6. C  | 7. D  | 8. A  | 9. C  | 10. A |
| 11. A | 12. C | 13. D | 14. C | 15. D | 16. B | 17. A | 18. A | 19. A | 20. A |

### ĐỀ SỐ 3

**Câu 1.** Giá trị  $\cos 45^\circ + \sin 45^\circ$  bằng bao nhiêu?

**(A)** 1.

**(B)**  $\sqrt{2}$ .

**(C)**  $\sqrt{3}$ .

**(D)** 0.

**Lời giải.**

Bằng cách tra bảng giá trị lượng giác của các góc đặc biệt hay dùng MTCT ta được

$$\begin{cases} \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \cos 45^\circ + \sin 45^\circ = \sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **(B)**

**Câu 2.** Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

**(A)**  $\sin(180^\circ - a) = -\cos a$ .

**(B)**  $\sin(180^\circ - a) = -\sin a$ .

**(C)**  $\sin(180^\circ - a) = \sin a$ .

**(D)**  $\sin(180^\circ - a) = \cos a$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\sin(180^\circ - a) = \sin a$ .

Chọn đáp án **(C)**

**Câu 3.** Tính giá trị biểu thức  $P = \cos 30^\circ \cos 60^\circ - \sin 30^\circ \sin 60^\circ$ .

**(A)**  $P = \sqrt{3}$ .

**(B)**  $P = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

**(C)**  $P = 1$ .

**(D)**  $P = 0$ .

**Lời giải.**

Vì  $30^\circ$  và  $60^\circ$  là hai góc phụ nhau nên  $\begin{cases} \sin 30^\circ = \cos 60^\circ \\ \sin 60^\circ = \cos 30^\circ \end{cases}$

$$\Rightarrow P = \cos 30^\circ \cos 60^\circ - \sin 30^\circ \sin 60^\circ = \cos 30^\circ \cos 60^\circ - \cos 60^\circ \cos 30^\circ = 0.$$

Chọn đáp án **(D)**

**Câu 4.** Cho biết  $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ . Giá trị của  $P = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha}$  bằng bao nhiêu?

(A)  $P = -\frac{19}{13}$ .

(B)  $P = \frac{19}{13}$ .

(C)  $P = \frac{25}{13}$ .

(D)  $P = -\frac{25}{13}$ .

**Lời giải.**

Ta có biểu thức  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = \frac{5}{9}$ .

$$\text{Ta có } P = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha} = \frac{\frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + 3 \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{2 \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\cos^2 \alpha + 3 \sin^2 \alpha}{2 \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha} = \frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 3 \cdot \frac{5}{9}}{2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \frac{5}{9}} = \frac{19}{13}.$$

Chọn đáp án (B) □

**Câu 5.** Cho tam giác  $ABC$ . Tính  $P = \sin A \cdot \cos(B + C) + \cos A \cdot \sin(B + C)$ .

(A)  $P = 0$ .

(B)  $P = 1$ .

(C)  $P = -1$ .

(D)  $P = 2$ .

**Lời giải.**

Giả sử  $\widehat{A} = \alpha$ ;  $\widehat{B} + \widehat{C} = \beta$ .

Biểu thức trở thành  $P = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ .

Trong tam giác  $ABC$ , có

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 180^\circ.$$

Do hai góc  $\alpha$  và  $\beta$  bù nhau nên  $\sin \alpha = \sin \beta$ ;  $\cos \alpha = -\cos \beta$ .

Do đó,  $P = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = -\sin \alpha \cos \alpha + \cos \alpha \sin \alpha = 0$ .

Chọn đáp án (A) □

**Câu 6.** Cho hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  khác  $\vec{0}$ . Xác định góc  $\alpha$  giữa hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  khi  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ .

(A)  $\alpha = 180^\circ$ .

(B)  $\alpha = 0^\circ$ .

(C)  $\alpha = 90^\circ$ .

(D)  $\alpha = 45^\circ$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}).$$

Mà theo giả thiết  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ , suy ra  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -1 \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 180^\circ$ .

Chọn đáp án (A) □

**Câu 7.** Cho  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  là hai véc-tơ cùng hướng và đều khác véc-tơ  $\vec{0}$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ .

(B)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ .

(C)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$ .

(D)  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}).$$

Do  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$  là hai véc-tơ cùng hướng nên  $(\vec{a}, \vec{b}) = 0^\circ \Rightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 1$ . Vậy  $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ .

Chọn đáp án (A) □

**Câu 8.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai véc-tơ  $\vec{a} = (-1; 1)$  và  $\vec{b} = (2; 0)$ . Tính cosin của góc giữa hai véc-tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{b}$ .

(A)  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ .

(B)  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

(C)  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$ .

(D)  $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{2}$ .

**Lời giải.**

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-1 \cdot 2 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-1)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{2^2 + 0^2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Chọn đáp án **(B)** □

**Câu 9.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai véc-tơ  $\vec{u} = \frac{1}{2}\vec{i} - 5\vec{j}$  và  $\vec{v} = k\vec{i} - 4\vec{j}$ . Tìm  $k$  để véc-tơ  $\vec{u}$  vuông góc với  $\vec{v}$ .

**(A)**  $k = 20$ .

**(B)**  $k = -20$ .

**(C)**  $k = -40$ .

**(D)**  $k = 40$ .

**Lời giải.**

Từ giả thiết suy ra  $\vec{u} = (\frac{1}{2}; -5)$ ,  $\vec{v} = (k; -4)$ .

Yêu cầu bài toán suy ra  $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \frac{1}{2}k + (-5) \cdot (-4) = 0 \Leftrightarrow k = -40$ .

Chọn đáp án **(C)** □

**Câu 10.** Trong hệ tọa độ  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ , cho véc-tơ  $\vec{a} = -\frac{3}{5}\vec{i} - \frac{4}{5}\vec{j}$ . Độ dài của véc-tơ  $\vec{a}$  bằng

**(A)**  $\frac{1}{5}$ .

**(B)** 1.

**(C)**  $\frac{6}{5}$ .

**(D)**  $\frac{7}{5}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{a} = -\frac{3}{5}\vec{i} - \frac{4}{5}\vec{j} \Rightarrow \vec{a} = (-\frac{3}{5}; -\frac{4}{5}) \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{(-\frac{3}{5})^2 + (-\frac{4}{5})^2} = 1$ .

Chọn đáp án **(B)** □

**Câu 11.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho ba điểm  $A(-3; -2)$ ,  $B(3; 6)$  và  $C(11; 0)$ . Tìm tọa độ điểm  $D$  để tứ giác  $ABCD$  là hình vuông.

**(A)**  $D(5; -8)$ .

**(B)**  $D(8; 5)$ .

**(C)**  $D(-5; 8)$ .

**(D)**  $D(-8; 5)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\vec{BA} = (-6; -8)$ ,  $\vec{BC} = (8; -6)$ .

Khi đó  $\vec{BA} \cdot \vec{BC} = (-6) \cdot 8 + (-8) \cdot (-6) = 0 \Rightarrow \widehat{ABC} = 90^\circ$ .

Gọi  $I$  là tâm của hình vuông  $ABCD$ . Suy ra  $I$  là trung điểm của  $AC \Rightarrow I(4; -1)$ .

Gọi  $D(x; y)$ , do  $I$  cũng là trung điểm của  $BD \Rightarrow \begin{cases} \frac{x+3}{2} = 4 \\ \frac{y+6}{2} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = -8 \end{cases} \Rightarrow D(5; -8).$

Chọn đáp án **(A)** □

**Câu 12.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $M(-2; 2)$  và  $N(1; 1)$ . Tìm tọa độ điểm  $P$  thuộc trục hoành sao cho ba điểm  $M, N, P$  thẳng hàng.

**(A)**  $P(0; 4)$ .

**(B)**  $P(0; 4)$ .

**(C)**  $P(4; 0)$ .

**(D)**  $P(4; 0)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $P \in Ox$  nên  $P(x; 0)$  và  $\begin{cases} \vec{MP} = (x+2; -2) \\ \vec{MN} = (3; -1) \end{cases}$ .

Do  $M, N, P$  thẳng hàng nên  $\frac{x+2}{3} = \frac{-2}{-1} \Leftrightarrow x = 4 \Rightarrow P(4; 0)$ .

Chọn đáp án **(D)** □

**Câu 13.** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = a$ ,  $CA = b$ ,  $AB = c$ . Tính  $P = (\vec{AB} + \vec{AC}) \cdot \vec{BC}$ .

**(A)**  $P = b^2 - c^2$ .

**(B)**  $P = \frac{c^2 + b^2}{2}$ .

**(C)**  $P = \frac{c^2 + b^2 + a^2}{3}$ .

**(D)**  $P = \frac{c^2 + b^2 - a^2}{2}$ .

**Lời giải.**

Ta có  $P = (\vec{AB} + \vec{AC}) \cdot \vec{BC} = (\vec{AB} + \vec{AC}) \cdot (\vec{BA} + \vec{AC})$   
 $= (\vec{AC} + \vec{AB}) \cdot (\vec{AC} - \vec{AB}) = \vec{AC}^2 - \vec{AB}^2 = AC^2 - AB^2 = b^2 - c^2.$

Chọn đáp án **(A)** □**Câu 14.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho bốn điểm  $A(-8;0)$ ,  $B(0;4)$ ,  $C(2;0)$  và  $D(-3;-5)$ . Khẳng định nào sau đây là đúng?**(A)** Hai góc  $\widehat{BAD}$  và  $\widehat{BCD}$  phụ nhau.**(B)** Góc  $\widehat{BCD}$  là góc nhọn.**(C)**  $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD})$ .**(D)** Hai góc  $\widehat{BAD}$  và  $\widehat{BCD}$  bù nhau.**Lời giải.**Ta có  $\overrightarrow{AB} = (8;4)$ ,  $\overrightarrow{AD} = (5;-5)$ ,  $\overrightarrow{CB} = (-2;4)$ ,  $\overrightarrow{CD} = (-5;-5)$ .

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{8 \cdot 5 + 4 \cdot (-5)}{\sqrt{8^2 + 4^2} \cdot \sqrt{5^2 + 5^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ \cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}) = \frac{(-2) \cdot (-5) + 4 \cdot (-5)}{\sqrt{2^2 + 4^2} \cdot \sqrt{5^2 + 5^2}} = -\frac{1}{\sqrt{10}}. \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) + \cos(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}) = 0 \Rightarrow \widehat{BAD} + \widehat{BCD} = 180^\circ.$$

Chọn đáp án **(D)** □**Câu 15.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho hai điểm  $A(-2;4)$  và  $B(8;4)$ . Tìm tọa độ điểm  $C$  thuộc trục hoành sao cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$ .**(A)**  $C(6;0)$ .**(B)**  $C(0;0)$ ,  $C(6;0)$ .**(C)**  $C(0;0)$ .**(D)**  $C(-1;0)$ .**Lời giải.**Ta có  $C \in Ox$  nên  $C(c;0)$  và  $\begin{cases} \overrightarrow{CA} = (-2-c;4) \\ \overrightarrow{CB} = (8-c;4) \end{cases}$ Tam giác  $ABC$  vuông tại  $C$  nên  $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$ 

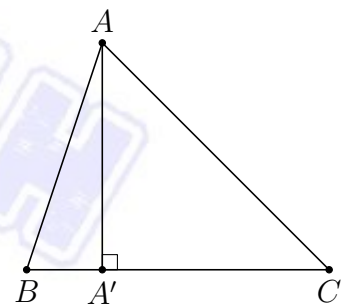
$$\Leftrightarrow (-2-c) \cdot (8-c) + 4 \cdot 4 = 0 \Leftrightarrow c^2 - 6c = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 6 \Rightarrow C(6;0) \\ c = 0 \Rightarrow C(0;0). \end{cases}$$

Chọn đáp án **(B)** □**Câu 16.** Trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(4;3)$ ,  $B(2;7)$  và  $C(-3;-8)$ . Tìm tọa độ chân đường cao  $A'$  kẻ từ đỉnh  $A$  xuống cạnh  $BC$ .**(A)**  $A'(1;-4)$ .**(B)**  $A'(-1;4)$ .**(C)**  $A'(1;4)$ .**(D)**  $A'(4;1)$ .**Lời giải.**

$$\text{Gọi } A'(x;y). \text{ Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{AA'} = (x-4; y-3) \\ \overrightarrow{BC} = (-5; -15) \\ \overrightarrow{BA'} = (x-2; y-7) \end{cases}$$

Từ giả thiết, ta có

$$\begin{cases} AA' \perp BC \\ B, A', C \text{ thẳng hàng} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 & (1) \\ \overrightarrow{BA'} = k\overrightarrow{BC} & (2) \end{cases}$$



$$\bullet (1) \Leftrightarrow -5(x-4) - 15(y-3) = 0 \Leftrightarrow x + 3y = 13.$$

$$\bullet (2) \Leftrightarrow \frac{x-2}{-5} = \frac{y-7}{-15} \Leftrightarrow 3x - y = -1.$$

$$\text{Giải hệ } \begin{cases} x + 3y = 13 \\ 3x - y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow A'(1;4).$$

Chọn đáp án **(C)** □

**Câu 17.** Trong mặt phẳng  $(Oxy)$ , cho tam giác  $ABC$  có  $A(-2; 3)$ ,  $B\left(\frac{1}{4}; 0\right)$ ,  $C(2; 0)$ . Tìm tọa độ tâm  $J$  của đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ .

- ☒ **A**  $J\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .     
 ☐ **B**  $J\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$ .     
 ☐ **C**  $J\left(\frac{1}{2}; 0\right)$ .     
 ☐ **D**  $J\left(0; -\frac{1}{2}\right)$ .

**Lời giải.**

Ta có  $\overrightarrow{AB} = \left(\frac{9}{4}; -3\right) \Rightarrow AB = \frac{15}{4}$  và  $\overrightarrow{AC} = (4; -3) \Rightarrow AC = 5$ .

Gọi  $D(x; y)$  là chân đường phân giác trong góc  $A$ .

Ta có  $\overrightarrow{DC} = (2 - x; -y)$  và  $\overrightarrow{DB} = \left(\frac{1}{4} - x; -y\right)$ .

Theo tính chất đường phân giác  $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$ .

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{DB} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{4} - x = -\frac{3}{4}(2 - x) \\ -y = -\frac{3}{4} \cdot (-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow D(1; 0).$$

Ta có  $\overrightarrow{BD} = \left(\frac{3}{4}; 0\right) \Rightarrow BD = \frac{3}{4}$ .

Vì  $BJ$  là đường phân giác trong góc  $B$  của tam giác  $ABD$  nên  $\frac{JA}{JD} = \frac{BA}{BD} = 5$

$$\Rightarrow \overrightarrow{JA} = -5\overrightarrow{JD} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 - x = -5(1 - x) \\ 3 - y = -5(-y) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}.$$

Vậy tọa độ  $J\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$ .

Chọn đáp án ☒ **A**

□

**Câu 18.** Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  và có  $AB = AC = a$ . Tính độ dài đường trung tuyến  $BM$  của tam giác đã cho.

- ☐ **A**  $BM = 1,5a$ .     
 ☐ **B**  $BM = \sqrt{2}a$ .     
 ☐ **C**  $BM = \sqrt{3}a$ .     
 ☒ **D**  $BM = \frac{\sqrt{5}}{2}a$ .

**Lời giải.**

$M$  là trung điểm của  $AC \Rightarrow AM = \frac{AC}{2} = \frac{a}{2}$ .

Xét tam giác  $BAM$  vuông tại  $A$ , ta có

$$BM = \sqrt{AB^2 + AM^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

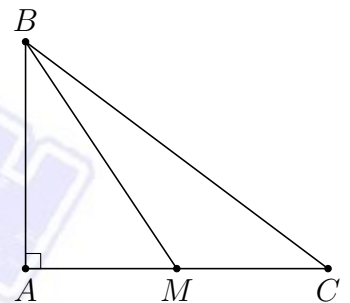
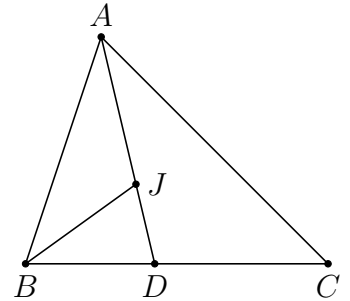
Chọn đáp án ☒ **D**

□

**Câu 19.** Tam giác  $ABC$  có độ dài ba trung tuyến lần lượt là 9, 12, 15. Diện tích của tam giác  $ABC$  bằng

- ☐ **A** 24.     
 ☐ **B**  $24\sqrt{2}$ .     
 ☒ **C** 72.     
 ☐ **D**  $72\sqrt{2}$ .

**Lời giải.**



$$\text{Ta có } \begin{cases} m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} = 81 \\ m_b^2 = \frac{a^2 + c^2}{2} - \frac{b^2}{4} = 144 \\ m_c^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4} = 225 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 292 \\ b^2 = 208 \\ c^2 = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2\sqrt{73} \\ b = 4\sqrt{13} \\ c = 10. \end{cases}$$

$$p = \frac{a + b + c}{2} = 5 + \sqrt{73} + 2\sqrt{13}.$$

Diện tích tam giác  $ABC$  là  $S_{\Delta ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = 72$ .

Chọn đáp án **C** □

**Câu 20.** Cho tam giác  $ABC$  có  $BC = \sqrt{6}$ ,  $AC = 2$  và  $AB = \sqrt{3} + 1$ . Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $ABC$  bằng

**(A)**  $\sqrt{5}$ .

**(B)**  $\sqrt{3}$ .

**(C)**  $\sqrt{2}$ .

**(D)** 2.

**Lời giải.**

$$\text{Nửa chu vi của tam giác } ABC \text{ là } p = \frac{AB + BC + CA}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3} + 3}{2}.$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC \text{ là } S = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-CA)} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Mà } S = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4R} \Rightarrow R = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4S} = \sqrt{2}.$$

Chọn đáp án **C** □

### **BẢNG ĐÁP ÁN**

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. B  | 2. C  | 3. D  | 4. B  | 5. A  | 6. A  | 7. A  | 8. B  | 9. C  | 10. B |
| 11. A | 12. D | 13. A | 14. D | 15. B | 16. C | 17. A | 18. D | 19. C | 20. C |